Задание №11 КЕГЭ

Вычисление количества информации. Пароли с дополнительными сведениями

Язык – это система знаков для передачи информации.

Алфавит – это набор знаков в языке.

Мощность алфавита – это количество знаков в алфавите.

Сообщение – последовательность знаков алфавита.

$$N = 2^i$$

N – мощность алфавита
i – «вес» в битах одного символа

Посимвольное кодирование – кодирование каждого символа одинаковым минимально возможным количеством бит.

$$I = k*i$$

I – информационный объём всего текст
i – «вес» в битах одного символа
k – количество символов в тексте

Пример 1

Объем сообщения, содержащего 4096 символов, равен 1/512 части Мбайта. Какова мощность алфавита, с помощью которого записано это сообщение?

$128 = 2^7$	$4096 = 2^{12}$
$256 = 2^8$	$8192 = 2^{13}$
$512 = 2^9$	$16384 = 2^{14}$
$1024 = 2^{10}$	$32768 = 2^{15}$
$2048 = 2^{11}$	$65536 = 2^{16}$

Нужно помнить, что соотношение между единицами измерения количества информации также представляют собой степени двойки:

1 байт = 8 бит = 2^3 бит,
1 Кбайт = 1024 байта = 2^{10} байта $= 2^{10} \cdot 2^3$ бит = 2^{13} бит,
1 Мбайт = 1024 Кбайта = 2^{10} Кбайта = $2^{10} \cdot 2^{10}$ байта = 2^{20} байта $= 2^{20} \cdot 2^3$ бит = 2^{23} бит.

Мы разобрали основные понятия и формулы для решения 11 задачи ЕГЭ.
Давайте выведем основной алгоритм решения.
1. Посчитать алфавит.
2. Найти объем одного символа по формуле.

3. Найти объем одного сообщения по формуле.
4. Посчитать общий объем памяти, нужный для решения задачи.

Алгоритм может меняться в зависимости от условия задачи, но две изученные нами формулы – опорные точки, которые применяются в каждой задаче.

Решение

1) объем сообщения
   1/512 Мбайт = 1024/512 Кбайт = 2 Кбайт = 2048 байт
2) на 1 символ приходится 2048 байт / 4096 = 1/2 байта = 4 бита
3) 4 бита на символ позволяют закодировать 2^4 = 16 разных символов

Ответ: 16

Пример 2

Чтобы закодировать тайное сообщение для друга, Данил использовал 10 букв и 2 цифры. Каждый символ в его сообщении кодируется одним и тем же минимально возможным количеством бит. Итоговое сообщение состояло из 256 символов.

Сколько байт нужно иметь друзьям для хранения данного сообщения?

Решение

1) N = 10 + 2 = 12

N <= 2^i 12 <= 2^i 8 <=2^i <= 16 3 <=i <=4

i = 4 бита (3 бита не хватит для кодирования алфавита из 12 символов)

n	код (3 бита)
1.	000
2.	001
3.	010
4.	011
5.	100
6.	101
7.	110
8.	111

n	код (4 бита)
1.	0000
2.	0001
3.	0010
4.	0011
5.	0100
6.	0101
7.	0110
8.	0111
9.	1000
10.	1001
11.	1010
12.	1011

2) I = k * i = (256 * 4) / 8 = 128 (байт) $I = \frac{2^8 * 2^2}{2^3} = \frac{2^{10}}{2^3} = 2^7 = 128$

Ответ: 128

Пример 3

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из набора И, Н, Ф, О, Р, М, А, Т, К.
Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).
Определите объём памяти в байтах, отводимый этой программой для записи 25 паролей.

Решение

1) N = 9 → $2^i = 9$ → i = 4 бита на 1 символ

2) k =15 →I = k*i → 15 *4 = 60 бит → 60 : 8 = 7,5 байт = 8 байт (округляем в большую сторону) на 1 пароль.

3) 25 * 8 = 200 байт

Программный код

```
>>>
= RESTART: C:/Users/axelo/OneDri
200
>>>
```

11.py - C:/Users/axelo/OneDrive/Рабочий стол/11.py (3.12.5)

File Edit Format Run Options Window Help

```
from math import *

kod = 9
char = ceil( log2(kod) )
pas = ceil( 15*char/8 )
print(25*pas)
```

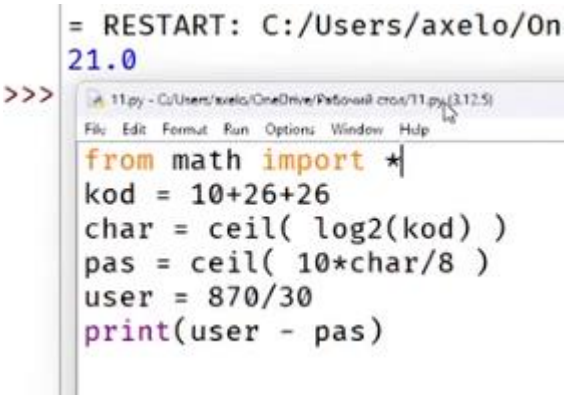
$2^i = N \rightarrow i = \log_2 N$

ceil () – округление вверх (только в модуле math)

Пример 4

Для регистрации на сайте необходимо продумать пароль, состоящий из 10 символов. Он должен содержать хотя бы 3 цифры, а также строчные или заглавные буквы латинского алфавита (алфавит содержит 26 букв). В базе данных для хранения сведения о каждом пользователе отведено одинаковое и минимальное возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственного пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт одинаковое для каждого пользователя. Для хранения сведений о 30 пользователях потребовалось 870 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе. В ответе запишите только целое число – количество байт.

Решение

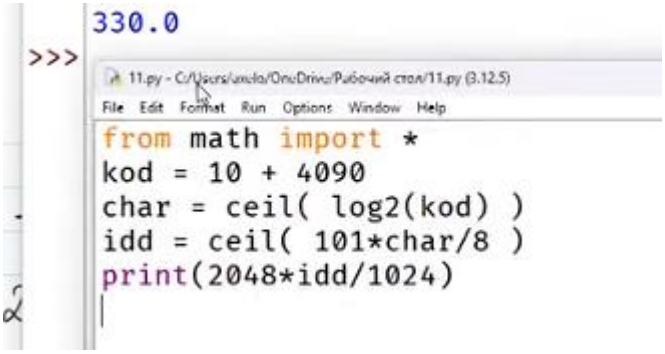


Ответ: 21

Пример 5

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается идентификатор из 101 символа, каждый из которых может быть десятичной цифрой или одним из 4090 символов из специального набора. Каждый символ кодируется с помощью одинакового и минимального количества бит. Идентификатор же записывается в памяти с помощью минимально возможного целого количества байт.
Сколько килобайт потребуется для хранения идентификаторов 2048 пользователей?

Решение



Пример 6

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 7 символов. В качестве символов используют прописные и строчные буквы латинского алфавита (в нём 26 символов). В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено 12 байт на одного пользователя. В компьютерной системе выделено 2 Кб для хранения сведений о пользователях.
О каком **наибольшем** количестве пользователей может быть сохранена информация в системе? В ответе запишите только целое число – количество пользователей.

Решение

1) N = 56 →i = 6 бит на 1 символ

2) I_{pas} = k * i → 7 * 6 = 42 : 8 = 6 байт (1 пароль)

3) I_{user} = 6 + 12 = 18 байт (на 1 пользователя)

4) (2 * 1024) : 18 = 113,7 (пользователей)

Округляем в меньшую сторону = 113. При проверке окажется, что для 114 пользователей потребуется 2, 00390625 Кбайт

```
114*18/1024
2.00390625
```

Ответ: 113

Код:

```
File  Edit  Format  Run  Options  Window  Help
106 from math import *
107
108 for k in range(2,1000):
109     kod = 26 + 26
110     char = ceil( log2(kod) )
111     pas = ceil( 7*char/8)
112     user = pas + 12
113     if k*user <= 2*1024:
>           print(k)
```

Пример 7

На предприятии каждой изготовленной детали присваивают серийный номер, состоящий из 261 символов. Для его хранения отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование серийных номеров, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом бит. Известно, что для хранения 252 500 серийных номеров отведено **более 31 Мбайт** памяти. Определите **минимально** возможную мощность алфавита, из которого составляются серийные номера. В ответе запишите только число.

Решение:

1) определяем, сколько байтов отводится для хранения одного номера:
   I = $\frac{31*1024*1024}{252500} = 128{,}7$ …(байт)
2) округляем это значение **вверх**, т. к. объём должен **превысить** 31 Мбайт:
   I = 129
3) для хранения номера придётся выделить 129 байт, если не хватит 128-и, т. е. количество битов, необходимых для хранения номера, превысит 128 · 8 = 1024 бита
4) всего нужно сохранить 216 символ так, чтобы потребовалось 1024 бита памяти; отсюда следует, что количество битов i, выделяемое на каждый символ, должно быть не менее $i > \frac{1024}{261} = 3{,}9$ (бит)
5) так как нужно выделить целое количество битов на символ,→ $i = 4$ бита
6) для того, чтобы потребовалось 4 бита на символ, мощность алфавита N должна быть не менее 9 (при N = 8 и менее хватит 3 бит)

$2^i = 9 \rightarrow I = 4$ бита

Ответ: 9.

Пример 8

На предприятии каждой изготовленной детали присваивается серийный номер, содержащий десятичные цифры и символы из 2030-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения каждого серийного номера отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом бит. Известно, что для хранения 318 серийных номеров отведено более 67 Кбайт памяти. Определите минимально возможную длину серийного номера. В ответе запишите только целое число.

Решение:

1) определяем мощность алфавита: N = 10 (цифр) + 2030 = 2040

2) на кодирование одного символа потребуется 11 битов, т. к. $2^{10} < 2040 < 2^{11} = 2048$
3) определяем, сколько байтов отводится для хранения одного номера:
   I = 67 · 1024 / 318 = 215,7… (байт)
4) округляем это значение **вверх**, т. к. объём должен **превысить** 67 Кбайт:
   I = 216
5) для хранения номера придётся выделить 216 байт, если не хватит 215-ти, т. е. количество битов, необходимых для хранения номера, превысит 215·8 = 1720
6) каждый символ, как следует из п. 2 кодируется 11-ю битами, поэтому нужно решить неравенство 11 · k > 1720 и найти минимальное подходящее целое значения k.
7) получаем k > 1720/11 = 156,(36), т. е. минимальное подходящее целое значение k равно 157

Ответ: 157.

Пример 9

На предприятии каждой изготовленной детали присваивают серийный номер, содержащий десятичные цифры, 52 латинские буквы (с учётом регистра) и символы из 1988-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения каждого серийного номера отведено одинаковое и минимально возможное число байт. При этом используется посимвольное кодирование серийных номеров, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом бит. Известно, что для хранения 1974 серийных номеров отведено не более 579 Кбайт памяти. Определите максимально возможную длину серийного номера. В ответе запишите только целое число.

Решение

1) N = 10 + 52 + 1988 = 2050

2) $2048 = 2^{11}$ → i = 12 бит (1 символ)

3) I = (*k* * 12) : 8 = *x* байт (1 номер) округляем в большую сторону

4) 1974 * 1 номер <= 579 Кбайт → 1 номер <= 579 * 1024 : 1974 = 300,35…байт
пусть 1 номер 300 байт

5) из п. 3) → k = 300 * 8 : 12 = 200 символов

Проверка:
200 * 12 : 12 = 200

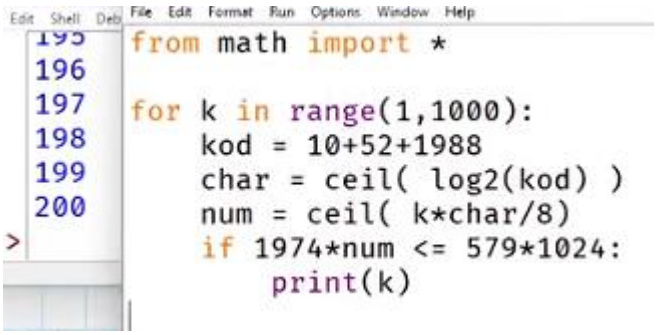
1974 * (200 * 12 : 8) : 1024 = 1974 * 300 : 1024 = 578, 32 Кбайт (хватит 579 Кбайт по условию)

Проверим 201 символ: 201 * 12 : 8 = 301,5 байт → 302 байта

1974 * 302 : 1024 = 582,17 Кбайт (а у нас 579 Кбайт, превысили, k = 201 символ не подходит)

Ответ: 200

Код:



Пример 10

На предприятии каждой изготовленной детали присваивают серийный номер, состоящий из 1231 символов. Для его хранения отведено одинаковое и минимально возможное число байт. При этом используется посимвольное кодирование серийных номеров, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным числом бит. Известно, что для хранения 523872 серийных номеров отведено более 432 Мбайт памяти.

Определите **минимально возможную мощность алфавита**, из которого составляются серийные номера. В ответе запишите только число.

Решение

1) 1 номер 523872 * *x* (байт) > 432 * 1024 * 1024 байт

x_{min} > 864,68 байт x_{min} > 865 байт

2) 1 символ 865 * 8 : 1231 = 5,62 бит →6 бит

проверим 5 бит → 1231 * 5 : 8 = 769,375 байт (не подходит! См. п.1)

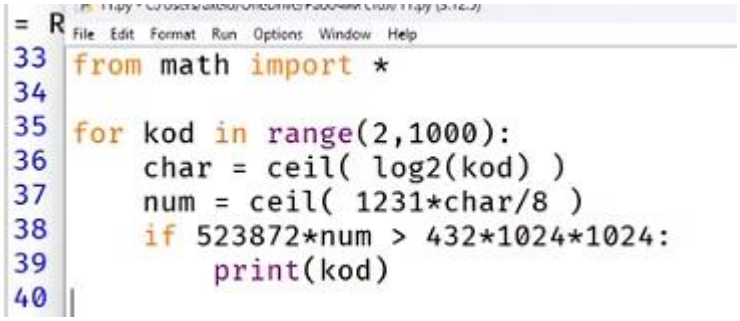
3) Размер кодировки:

если i = 6 бит → N_{min} = 64 (33 … 64)

N_{max} = 33

Ответ: 33

Код:


= R
File Edit Format Run Options Window Help
33 from math import *
34
35 for kod in range(2,1000):
36 char = ceil(log2(kod))
37 num = ceil(1231*char/8)
38 if 523872*num > 432*1024*1024:
39 print(kod)
40